Fundamentos físicos y matemáticos de la mecánica cuántica

Sergio Grillo

Instituto Balseiro - Centro Atómico Bariloche

Mayo 2023

Contenido del curso

1. **Clase anterior.**
    1. Definición de sistema físico: **estados**, **observables** y **probabilidades**.
    2. Ejemplos de **sistemas clásicos**.
    3. Caracterísiticas de los **sistemas cuánticos**.
    4. El **formalismo usual** de la cuántica: **espacios de Hilbert**.

Contenido del curso

1. **Clase anterior.**
    1. Definición de sistema físico: **estados**, **observables** y **probabilidades**.
    2. Ejemplos de **sistemas clásicos**.
    3. Caracterísiticas de los **sistemas cuánticos**.
    4. El **formalismo usual** de la cuántica: **espacios de Hilbert**.
2. **Esta clase.**

Contenido del curso

1. **Clase anterior.**
   1. Definición de sistema físico: **estados**, **observables** y **probabilidades**.
   2. Ejemplos de **sistemas clásicos**.
   3. Caracterísiticas de los **sistemas cuánticos**.
   4. El **formalismo usual** de la cuántica: **espacios de Hilbert**.
2. **Esta clase.**
   1. El reticulado (o la *lógica*) de un sistema físico (Jauch, 1968).

Contenido del curso

1. **Clase anterior.**
   1. Definición de sistema físico: **estados**, **observables** y **probabilidades**.
   2. Ejemplos de **sistemas clásicos**.
   3. Caracterísiticas de los **sistemas cuánticos**.
   4. El **formalismo usual** de la cuántica: **espacios de Hilbert**.
2. **Esta clase.**
   1. El reticulado (o la *lógica*) de un sistema físico (Jauch, 1968).
   2. El sistema físico definido por un reticulado.

Contenido del curso

1. **Clase anterior.**
   1. Definición de sistema físico: **estados**, **observables** y **probabilidades**.
   2. Ejemplos de **sistemas clásicos**.
   3. Caracterísiticas de los **sistemas cuánticos**.
   4. El **formalismo usual** de la cuántica: **espacios de Hilbert**.
2. **Esta clase.**
   1. El reticulado (o la *lógica*) de un sistema físico (Jauch, 1968).
   2. El sistema físico definido por un reticulado.
   3. *Lógicas* clásicas y cuánticas.

Contenido del curso

1. **Clase anterior.**
   1. Definición de sistema físico: **estados**, **observables** y **probabilidades**.
   2. Ejemplos de **sistemas clásicos**.
   3. Caracterísiticas de los **sistemas cuánticos**.
   4. El **formalismo usual** de la cuántica: **espacios de Hilbert**.
2. **Esta clase.**
   1. El reticulado (o la *lógica*) de un sistema físico (Jauch, 1968).
   2. El sistema físico definido por un reticulado.
   3. *Lógicas* clásicas y cuánticas.
3. **Próxima clase.**

Contenido del curso

1. **Clase anterior.**
   1. Definición de sistema físico: **estados**, **observables** y **probabilidades**.
   2. Ejemplos de **sistemas clásicos**.
   3. Caracterísiticas de los **sistemas cuánticos**.
   4. El **formalismo usual** de la cuántica: **espacios de Hilbert**.
2. **Esta clase.**
   1. El reticulado (o la *lógica*) de un sistema físico (Jauch, 1968).
   2. El sistema físico definido por un reticulado.
   3. *Lógicas* clásicas y cuánticas.
3. **Próxima clase.**
   1. El reticulado $\mathcal{L}$ de un sistema cuántico.

Contenido del curso

1. **Clase anterior.**
    1. Definición de sistema físico: **estados**, **observables** y **probabilidades**.
    2. Ejemplos de **sistemas clásicos**.
    3. Caracterísiticas de los **sistemas cuánticos**.
    4. El **formalismo usual** de la cuántica: **espacios de Hilbert**.
2. **Esta clase.**
    1. El reticulado (o la *lógica*) de un sistema físico (Jauch, 1968).
    2. El sistema físico definido por un reticulado.
    3. *Lógicas* clásicas y cuánticas.
3. **Próxima clase.**
    1. El reticulado $\mathcal{L}$ de un sistema cuántico.
    2. Geometrías proyectivas y espacios de (pre)Hilbert.

Contenido del curso

1. **Clase anterior.**
   1. Definición de sistema físico: **estados**, **observables** y **probabilidades**.
   2. Ejemplos de **sistemas clásicos**.
   3. Caracterísiticas de los **sistemas cuánticos**.
   4. El **formalismo usual** de la cuántica: **espacios de Hilbert**.
2. **Esta clase.**
   1. El reticulado (o la *lógica*) de un sistema físico (Jauch, 1968).
   2. El sistema físico definido por un reticulado.
   3. *Lógicas* clásicas y cuánticas.
3. **Próxima clase.**
   1. El reticulado $\mathcal{L}$ de un sistema cuántico.
   2. Geometrías proyectivas y espacios de (pre)Hilbert.
   3. El embedding de $\mathcal{L}$ en un espacio de Hilbert.

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$,

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$,

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p_{\mathcal{O}}^{e}(U), \quad e \in E, \ U \subseteq I_{\mathcal{O}} \ \left(U \in B(\mathbb{R})\right).$$

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p^{e}_{\mathcal{O}}(U), \quad e \in E, \ U \subseteq I_{\mathcal{O}} \ (U \in B(\mathbb{R})).$$

Asociado a él, consideremos el conjunto $\mathcal{L}$ de todas las proposiciones sobre el sistema cuya verdad o falsedad pueda determinarse con una medición.

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p^{e}_{\mathcal{O}}(U), \quad e \in E, \ U \subseteq I_{\mathcal{O}} \ \left(U \in B(\mathbb{R})\right).$$

Asociado a él, consideremos el conjunto $\mathcal{L}$ de todas las proposiciones sobre el sistema cuya verdad o falsedad pueda determinarse con una medición. Por ejemplo: "el valor de la medición de $\mathcal{O}$ está contenido en U,"

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p_{\mathcal{O}}^{e}(U), \quad e \in E, \; U \subseteq I_{\mathcal{O}} \; (U \in B(\mathbb{R})).$$

Asociado a él, consideremos el conjunto $\mathcal{L}$ de todas las proposiciones sobre el sistema cuya verdad o falsedad pueda determinarse con una medición. Por ejemplo: "el valor de la medición de $\mathcal{O}$ está contenido en U," que denotaremos $\mathcal{O}_U$.

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p^{e}_{\mathcal{O}}(U), \quad e \in E, \ U \subseteq I_{\mathcal{O}} \ (U \in B(\mathbb{R})).$$

Asociado a él, consideremos el conjunto $\mathcal{L}$ de todas las proposiciones sobre el sistema cuya verdad o falsedad pueda determinarse con una medición. Por ejemplo: "el valor de la medición de $\mathcal{O}$ está contenido en U," que denotaremos $\mathcal{O}_U$. Veamos que $\mathcal{L}$ es un reticulado

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p^{e}_{\mathcal{O}}(U), \quad e \in E, \; U \subseteq I_{\mathcal{O}} \; (U \in B(\mathbb{R})).$$

Asociado a él, consideremos el conjunto $\mathcal{L}$ de todas las proposiciones sobre el sistema cuya verdad o falsedad pueda determinarse con una medición. Por ejemplo: "el valor de la medición de $\mathcal{O}$ está contenido en U," que denotaremos $\mathcal{O}_U$. Veamos que $\mathcal{L}$ es un reticulado (Davey, Priestley, 2008).

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p^{e}_{\mathcal{O}}(U), \quad e \in E, \ U \subseteq I_{\mathcal{O}} \ (U \in B(\mathbb{R})).$$

Asociado a él, consideremos el conjunto $\mathcal{L}$ de todas las proposiciones sobre el sistema cuya verdad o falsedad pueda determinarse con una medición. Por ejemplo: "el valor de la medición de $\mathcal{O}$ está contenido en U," que denotaremos $\mathcal{O}_U$. Veamos que $\mathcal{L}$ es un reticulado (Davey, Priestley, 2008).

I. El orden $\subseteq$.

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p^{e}_{\mathcal{O}}(U), \quad e \in E, \ U \subseteq I_{\mathcal{O}} \ \left(U \in B(\mathbb{R})\right).$$

Asociado a él, consideremos el conjunto $\mathcal{L}$ de todas las proposiciones sobre el sistema cuya verdad o falsedad pueda determinarse con una medición. Por ejemplo: "el valor de la medición de $\mathcal{O}$ está contenido en U," que denotaremos $\mathcal{O}_U$. Veamos que $\mathcal{L}$ es un reticulado (Davey, Priestley, 2008).

I. El orden $\subseteq$. Dados $a, b \in \mathcal{L}$, escribiremos $a \subseteq b$ si:

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p_{\mathcal{O}}^{e}(U), \quad e \in E, \; U \subseteq I_{\mathcal{O}} \; (U \in B(\mathbb{R})).$$

Asociado a él, consideremos el conjunto $\mathcal{L}$ de todas las proposiciones sobre el sistema cuya verdad o falsedad pueda determinarse con una medición. Por ejemplo: "el valor de la medición de $\mathcal{O}$ está contenido en U," que denotaremos $\mathcal{O}_U$. Veamos que $\mathcal{L}$ es un reticulado (Davey, Priestley, 2008).

I. El orden $\subseteq$. Dados $a, b \in \mathcal{L}$, escribiremos $a \subseteq b$ si: "cuando a sea cierta (según su medición asociada),

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p_{\mathcal{O}}^{e}(U), \quad e \in E, \ U \subseteq I_{\mathcal{O}} \ (U \in B(\mathbb{R})).$$

Asociado a él, consideremos el conjunto $\mathcal{L}$ de todas las proposiciones sobre el sistema cuya verdad o falsedad pueda determinarse con una medición. Por ejemplo: "el valor de la medición de $\mathcal{O}$ está contenido en U," que denotaremos $\mathcal{O}_U$. Veamos que $\mathcal{L}$ es un reticulado (Davey, Priestley, 2008).

I. El orden $\subseteq$. Dados $a, b \in \mathcal{L}$, escribiremos $a \subseteq b$ si: "cuando a sea cierta (según su medición asociada), b también hubiese sido cierta (si realizáramos la medición correspondiente),

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p^{e}_{\mathcal{O}}(U), \quad e \in E, \ U \subseteq I_{\mathcal{O}} \ (U \in B(\mathbb{R})).$$

Asociado a él, consideremos el conjunto $\mathcal{L}$ de todas las proposiciones sobre el sistema cuya verdad o falsedad pueda determinarse con una medición. Por ejemplo: "el valor de la medición de $\mathcal{O}$ está contenido en U," que denotaremos $\mathcal{O}_U$. Veamos que $\mathcal{L}$ es un reticulado (Davey, Priestley, 2008).

I. El orden $\subseteq$. Dados $a, b \in \mathcal{L}$, escribiremos $a \subseteq b$ si: "cuando a sea cierta (según su medición asociada), b también hubiese sido cierta (si realizáramos la medición correspondiente), cualquiera sea el estado considerado.

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p_{\mathcal{O}}^{e}(U), \quad e \in E,\ U \subseteq I_{\mathcal{O}} \ \left(U \in B(\mathbb{R})\right).$$

Asociado a él, consideremos el conjunto $\mathcal{L}$ de todas las proposiciones sobre el sistema cuya verdad o falsedad pueda determinarse con una medición. Por ejemplo: "el valor de la medición de $\mathcal{O}$ está contenido en U," que denotaremos $\mathcal{O}_U$. Veamos que $\mathcal{L}$ es un reticulado (Davey, Priestley, 2008).

I. El orden $\subseteq$. Dados $a, b \in \mathcal{L}$, escribiremos $a \subseteq b$ si: "cuando a sea cierta (según su medición asociada), b también hubiese sido cierta (si realizáramos la medición correspondiente), cualquiera sea el estado considerado. Diremos en tal caso que a **implica** b.

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p^{e}_{\mathcal{O}}(U), \quad e \in E,\ U \subseteq I_{\mathcal{O}}\ \ (U \in B(\mathbb{R})).$$

Asociado a él, consideremos el conjunto $\mathcal{L}$ de todas las proposiciones sobre el sistema cuya verdad o falsedad pueda determinarse con una medición. Por ejemplo: "el valor de la medición de $\mathcal{O}$ está contenido en U," que denotaremos $\mathcal{O}_U$. Veamos que $\mathcal{L}$ es un reticulado (Davey, Priestley, 2008).

I. El orden $\subseteq$. Dados $a, b \in \mathcal{L}$, escribiremos $a \subseteq b$ si: "cuando a sea cierta (según su medición asociada), b también hubiese sido cierta (si realizáramos la medición correspondiente), cualquiera sea el estado considerado. Diremos en tal caso que a **implica** b. Por ejemplo, dado un observable $\mathcal{O}$ y dados $U, V \subseteq I_{\mathcal{O}}$,

El cálculo proposicional (o la lógica) de los sistemas físicos

Fijemos un sistema físico (clásico o cuántico) $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus biyecciones $\mathcal{O} \simeq I_{\mathcal{O}} \subseteq \mathbb{R}$, y sus medidas de probabilidad

$$p^{e}_{\mathcal{O}}(U), \quad e \in E, \; U \subseteq I_{\mathcal{O}} \; (U \in B(\mathbb{R})).$$

Asociado a él, consideremos el conjunto $\mathcal{L}$ de todas las proposiciones sobre el sistema cuya verdad o falsedad pueda determinarse con una medición. Por ejemplo: "el valor de la medición de $\mathcal{O}$ está contenido en U," que denotaremos $\mathcal{O}_U$. Veamos que $\mathcal{L}$ es un reticulado (Davey, Priestley, 2008).

I. El orden $\subseteq$. Dados $a, b \in \mathcal{L}$, escribiremos $a \subseteq b$ si: "cuando a sea cierta (según su medición asociada), b también hubiese sido cierta (si realizáramos la medición correspondiente), cualquiera sea el estado considerado. Diremos en tal caso que a **implica** b. Por ejemplo, dado un observable $\mathcal{O}$ y dados $U, V \subseteq I_{\mathcal{O}}$, es claro que si $U \subseteq V$, luego $\mathcal{O}_U \subseteq \mathcal{O}_V$.

Es fácil ver que: **(I.a)** $a \subseteq a$, $\forall a \in \mathcal{L}$, Es fácil ver que: **(I.a)** $a \subseteq a$, $\forall a \in \mathcal{L}$, y que **(I.b)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq c$, luego $a \subseteq c$.

Es fácil ver que: **(I.a)** $a \subseteq a$, $\forall a \in \mathcal{L}$, y que **(I.b)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq c$, luego $a \subseteq c$. Si suponemos además que: **(I.c)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq a$, luego $a = b$, Es fácil ver que: **(I.a)** $a \subseteq a$, $\forall a \in \mathcal{L}$, y que **(I.b)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq c$, luego $a \subseteq c$. Si suponemos además que: **(I.c)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq a$, luego $a = b$, tendremos que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **POSET**.

Es fácil ver que: **(I.a)** $a \subseteq a$, $\forall a \in \mathcal{L}$, y que **(I.b)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq c$, luego $a \subseteq c$. Si suponemos además que: **(I.c)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq a$, luego $a = b$, tendremos que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **POSET**. (Si no se cumple la condición **(I.c)**,

Es fácil ver que: **(I.a)** $a \subseteq a$, $\forall a \in \mathcal{L}$, y que **(I.b)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq c$, luego $a \subseteq c$. Si suponemos además que: **(I.c)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq a$, luego $a = b$, tendremos que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **POSET**. (Si no se cumple la condición **(I.c)**, podemos considerar la relación de equivalencia por ella definida y pasar al cociente).

Es fácil ver que: **(I.a)** $a \subseteq a$, $\forall a \in \mathcal{L}$, y que **(I.b)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq c$, luego $a \subseteq c$. Si suponemos además que: **(I.c)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq a$, luego $a = b$, tendremos que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **POSET**. (Si no se cumple la condición **(I.c)**, podemos considerar la relación de equivalencia por ella definida y pasar al cociente).

Por comodidad, agregaremos a $\mathcal{L}$ un elemento adicional T (sin medición asociada)

Es fácil ver que: **(I.a)** $a \subseteq a$, $\forall a \in \mathcal{L}$, y que **(I.b)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq c$, luego $a \subseteq c$. Si suponemos además que: **(I.c)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq a$, luego $a = b$, tendremos que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **POSET**. (Si no se cumple la condición **(I.c)**, podemos considerar la relación de equivalencia por ella definida y pasar al cociente).

Por comodidad, agregaremos a $\mathcal{L}$ un elemento adicional T (sin medición asociada) y pediremos en el nuevo $\mathcal{L}$ que

$$a \subseteq \mathsf{T}, \quad \forall a \in \mathcal{L}.$$

Es fácil ver que: **(I.a)** $a \subseteq a$, $\forall a \in \mathcal{L}$, y que **(I.b)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq c$, luego $a \subseteq c$. Si suponemos además que: **(I.c)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq a$, luego $a = b$, tendremos que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **POSET**. (Si no se cumple la condición **(I.c)**, podemos considerar la relación de equivalencia por ella definida y pasar al cociente).

Por comodidad, agregaremos a $\mathcal{L}$ un elemento adicional T (sin medición asociada) y pediremos en el nuevo $\mathcal{L}$ que

$$a \subseteq \mathrm{T}, \quad \forall a \in \mathcal{L}.$$

Le llamaremos **proposición trivial** (siempre es verdadera).

Es fácil ver que: **(I.a)** $a \subseteq a$, $\forall a \in \mathcal{L}$, y que **(I.b)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq c$, luego $a \subseteq c$. Si suponemos además que: **(I.c)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq a$, luego $a = b$, tendremos que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **POSET**. (Si no se cumple la condición **(I.c)**, podemos considerar la relación de equivalencia por ella definida y pasar al cociente).

Por comodidad, agregaremos a $\mathcal{L}$ un elemento adicional T (sin medición asociada) y pediremos en el nuevo $\mathcal{L}$ que

$$a \subseteq \mathrm{T}, \quad \forall a \in \mathcal{L}.$$

Le llamaremos **proposición trivial** (siempre es verdadera). (Es el primer elemento *artificial* considerado).

Es fácil ver que: **(I.a)** $a \subseteq a$, $\forall a \in \mathcal{L}$, y que **(I.b)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq c$, luego $a \subseteq c$. Si suponemos además que: **(I.c)** si $a \subseteq b$ y $b \subseteq a$, luego $a = b$, tendremos que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **POSET**. (Si no se cumple la condición **(I.c)**, podemos considerar la relación de equivalencia por ella definida y pasar al cociente).

Por comodidad, agregaremos a $\mathcal{L}$ un elemento adicional T (sin medición asociada) y pediremos en el nuevo $\mathcal{L}$ que

$$a \subseteq \mathrm{T}, \quad \forall a \in \mathcal{L}.$$

Le llamaremos **proposición trivial** (siempre es verdadera). (Es el primer elemento *artificial* considerado). Tenemos hasta ahora que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un POSET con elemento **top**.

II. Infimos y supremos.

II. Infimos y supremos. Supondremos que, dados $a, b \in \mathcal{L}$,

II. Infimos y supremos. Supondremos que, dados $a, b \in \mathcal{L}$, la proposición: "a y b son ambas verdaderas" también está en $\mathcal{L}$

II. Infimos y supremos. Supondremos que, dados $a, b \in \mathcal{L}$, la proposición: "a y b son ambas verdaderas" también está en $\mathcal{L}$ (en el sentido que hay una medición que determina su verdad o falsedad),

II. Infimos y supremos. Supondremos que, dados $a, b \in \mathcal{L}$, la proposición: "*a* y *b* son ambas verdaderas" también está en $\mathcal{L}$ (en el sentido que hay una medición que determina su verdad o falsedad), y la denotaremos $a \cap b$.

II. Infimos y supremos. Supondremos que, dados $a, b \in \mathcal{L}$, la proposición: "a y b son ambas verdaderas" también está en $\mathcal{L}$ (en el sentido que hay una medición que determina su verdad o falsedad), y la denotaremos $a \cap b$. (Puede verse que esto siempre es válido en sistemas clásicos y cuánticos).

II. Infimos y supremos. Supondremos que, dados $a, b \in \mathcal{L}$, la proposición: "*a* y *b* son ambas verdaderas" también está en $\mathcal{L}$ (en el sentido que hay una medición que determina su verdad o falsedad), y la denotaremos $a \cap b$. (Puede verse que esto siempre es válido en sistemas clásicos y cuánticos). Por ejemplo, dado un observable $\mathcal{O}$ y dados $U, V \subseteq I_{\mathcal{O}}$,

II. Infimos y supremos. Supondremos que, dados $a, b \in \mathcal{L}$, la proposición: "a y b son ambas verdaderas" también está en $\mathcal{L}$ (en el sentido que hay una medición que determina su verdad o falsedad), y la denotaremos $a \cap b$. (Puede verse que esto siempre es válido en sistemas clásicos y cuánticos). Por ejemplo, dado un observable $\mathcal{O}$ y dados $U, V \subseteq I_{\mathcal{O}}$, es claro que $\mathcal{O}_U \cap \mathcal{O}_V = \mathcal{O}_{U \cap V}$.

II. Infimos y supremos. Supondremos que, dados $a, b \in \mathcal{L}$, la proposición: "a y b son ambas verdaderas" también está en $\mathcal{L}$ (en el sentido que hay una medición que determina su verdad o falsedad), y la denotaremos $a \cap b$. (Puede verse que esto siempre es válido en sistemas clásicos y cuánticos). Por ejemplo, dado un observable $\mathcal{O}$ y dados $U, V \subseteq I_{\mathcal{O}}$, es claro que $\mathcal{O}_U \cap \mathcal{O}_V = \mathcal{O}_{U \cap V}$.

Más aún, supondremos que para toda familia no vacía $\{a_i\}_{i \in I} \subseteq \mathcal{L}$

II. Infimos y supremos. Supondremos que, dados $a, b \in \mathcal{L}$, la proposición: "a y b son ambas verdaderas" también está en $\mathcal{L}$ (en el sentido que hay una medición que determina su verdad o falsedad), y la denotaremos $a \cap b$. (Puede verse que esto siempre es válido en sistemas clásicos y cuánticos). Por ejemplo, dado un observable $\mathcal{O}$ y dados $U, V \subseteq I_{\mathcal{O}}$, es claro que $\mathcal{O}_U \cap \mathcal{O}_V = \mathcal{O}_{U \cap V}$.

Más aún, supondremos que para toda familia no vacía $\{a_i\}_{i \in I} \subseteq \mathcal{L}$ existe un elemento que denotaremos $\bigcap_{i \in I} a_i$

II. Infimos y supremos. Supondremos que, dados $a, b \in \mathcal{L}$, la proposición: "a y b son ambas verdaderas" también está en $\mathcal{L}$ (en el sentido que hay una medición que determina su verdad o falsedad), y la denotaremos $a \cap b$. (Puede verse que esto siempre es válido en sistemas clásicos y cuánticos). Por ejemplo, dado un observable $\mathcal{O}$ y dados $U, V \subseteq I_{\mathcal{O}}$, es claro que $\mathcal{O}_U \cap \mathcal{O}_V = \mathcal{O}_{U \cap V}$.

Más aún, supondremos que para toda familia no vacía $\{a_i\}_{i \in I} \subseteq \mathcal{L}$ existe un elemento que denotaremos $\bigcap_{i \in I} a_i$ y llamaremos **ínfimo** de $\{a_i\}_{i \in I}$,

II. Infimos y supremos. Supondremos que, dados $a, b \in \mathcal{L}$, la proposición: "a y b son ambas verdaderas" también está en $\mathcal{L}$ (en el sentido que hay una medición que determina su verdad o falsedad), y la denotaremos $a \cap b$. (Puede verse que esto siempre es válido en sistemas clásicos y cuánticos). Por ejemplo, dado un observable $\mathcal{O}$ y dados $U, V \subseteq I_{\mathcal{O}}$, es claro que $\mathcal{O}_U \cap \mathcal{O}_V = \mathcal{O}_{U \cap V}$.

Más aún, supondremos que para toda familia no vacía $\{a_i\}_{i \in I} \subseteq \mathcal{L}$ existe un elemento que denotaremos $\bigcap_{i \in I} a_i$ y llamaremos **ínfimo** de $\{a_i\}_{i \in I}$, y que cumple:

II. Infimos y supremos. Supondremos que, dados $a, b \in \mathcal{L}$, la proposición: "a y b son ambas verdaderas" también está en $\mathcal{L}$ (en el sentido que hay una medición que determina su verdad o falsedad), y la denotaremos $a \cap b$. (Puede verse que esto siempre es válido en sistemas clásicos y cuánticos). Por ejemplo, dado un observable $\mathcal{O}$ y dados $U, V \subseteq I_{\mathcal{O}}$, es claro que $\mathcal{O}_U \cap \mathcal{O}_V = \mathcal{O}_{U \cap V}$.

Más aún, supondremos que para toda familia no vacía $\{a_i\}_{i \in I} \subseteq \mathcal{L}$ existe un elemento que denotaremos $\bigcap_{i \in I} a_i$ y llamaremos **ínfimo** de $\{a_i\}_{i \in I}$, y que cumple:

(II.i.a) $\bigcap_{i \in I} a_i \subseteq a_j, \ \forall j \in I$;

II. Infimos y supremos. Supondremos que, dados $a, b \in \mathcal{L}$, la proposición: "a y b son ambas verdaderas" también está en $\mathcal{L}$ (en el sentido que hay una medición que determina su verdad o falsedad), y la denotaremos $a \cap b$. (Puede verse que esto siempre es válido en sistemas clásicos y cuánticos). Por ejemplo, dado un observable $\mathcal{O}$ y dados $U, V \subseteq I_{\mathcal{O}}$, es claro que $\mathcal{O}_U \cap \mathcal{O}_V = \mathcal{O}_{U \cap V}$.

Más aún, supondremos que para toda familia no vacía $\{a_i\}_{i \in I} \subseteq \mathcal{L}$ existe un elemento que denotaremos $\bigcap_{i \in I} a_i$ y llamaremos **ínfimo** de $\{a_i\}_{i \in I}$, y que cumple:

(II.i.a) $\bigcap_{i \in I} a_i \subseteq a_j, \ \forall j \in I$;

(II.i.b) $x \subseteq a_j, \ \forall j \in I \ \Rightarrow \ x \subseteq \bigcap_{i \in I} a_i$.

La existencia de un elemento top y de los ínfimos

La existencia de un elemento top y de los ínfimos implica la existencia de los **supremos** $\bigcup_{i\in I} a_i$

La existencia de un elemento top y de los ínfimos implica la existencia de los **supremos** $\bigcup_{i \in I} a_i$ (Davey & Priestley, 2008),

La existencia de un elemento top y de los ínfimos implica la existencia de los **supremos** $\bigcup_{i \in I} a_i$ (Davey & Priestley, 2008), los cuales cumplen :

(II.s.a) $a_j \subseteq \bigcup_{i \in I} a_i, \ \forall j \in I;$

(II.s.b) $a_j \subseteq x, \ \forall j \in I \ \Rightarrow \ \bigcup_{i \in I} a_i \subseteq x.$

La existencia de un elemento top y de los ínfimos implica la existencia de los **supremos** $\bigcup_{i \in I} a_i$ (Davey & Priestley, 2008), los cuales cumplen :

(II.s.a) $a_j \subseteq \bigcup_{i \in I} a_i, \ \forall j \in I;$

(II.s.b) $a_j \subseteq x, \ \forall j \in I \ \Rightarrow \ \bigcup_{i \in I} a_i \subseteq x.$

Todo esto dice que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **reticulado completo** (con elemento top).

La existencia de un elemento top y de los ínfimos implica la existencia de los **supremos** $\bigcup_{i \in I} a_i$ (Davey & Priestley, 2008), los cuales cumplen :

(II.s.a) $a_j \subseteq \bigcup_{i \in I} a_i, \ \forall j \in I$;

(II.s.b) $a_j \subseteq x, \ \forall j \in I \ \Rightarrow \ \bigcup_{i \in I} a_i \subseteq x$.

Todo esto dice que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **reticulado completo** (con elemento top).

Notemos por otro lado que,

La existencia de un elemento top y de los ínfimos implica la existencia de los **supremos** $\bigcup_{i \in I} a_i$ (Davey & Priestley, 2008), los cuales cumplen :

(II.s.a) $a_j \subseteq \bigcup_{i \in I} a_i, \ \forall j \in I$;

(II.s.b) $a_j \subseteq x, \ \forall j \in I \ \Rightarrow \ \bigcup_{i \in I} a_i \subseteq x$.

Todo esto dice que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **reticulado completo** (con elemento top).

Notemos por otro lado que, dada $a \in \mathcal{L} - \{\mathrm{T}\}$, tenemos la proposición **opuesta** "no a",

La existencia de un elemento top y de los ínfimos implica la existencia de los **supremos** $\bigcup_{i \in I} a_i$ (Davey & Priestley, 2008), los cuales cumplen :

(II.s.a) $a_j \subseteq \bigcup_{i \in I} a_i, \ \forall j \in I$;

(II.s.b) $a_j \subseteq x, \ \forall j \in I \ \Rightarrow \ \bigcup_{i \in I} a_i \subseteq x$.

Todo esto dice que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **reticulado completo** (con elemento top).

Notemos por otro lado que, dada $a \in \mathcal{L} - \{\mathrm{T}\}$, tenemos la proposición **opuesta** "no a", que denotaremos a', y cuya verdad o falsedad se determina con la misma medición que se determina la de a.

La existencia de un elemento top y de los ínfimos implica la existencia de los **supremos** $\bigcup_{i\in I} a_i$ (Davey & Priestley, 2008), los cuales cumplen :

(II.s.a) $a_j \subseteq \bigcup_{i\in I} a_i, \; \forall j \in I$;

(II.s.b) $a_j \subseteq x, \; \forall j \in I \;\Rightarrow\; \bigcup_{i\in I} a_i \subseteq x$.

Todo esto dice que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **reticulado completo** (con elemento top).

Notemos por otro lado que, dada $a \in \mathcal{L} - \{\mathsf{T}\}$, tenemos la proposición **opuesta** "no a", que denotaremos a', y cuya verdad o falsedad se determina con la misma medición que se determina la de a. Para $\mathcal{O}_U$, su opuesta es $\mathcal{O}'_U = \mathcal{O}_{U^c}$.

La existencia de un elemento top y de los ínfimos implica la existencia de los **supremos** $\bigcup_{i \in I} a_i$ (Davey & Priestley, 2008), los cuales cumplen :

(II.s.a) $a_j \subseteq \bigcup_{i \in I} a_i, \ \forall j \in I$;

(II.s.b) $a_j \subseteq x, \ \forall j \in I \ \Rightarrow \ \bigcup_{i \in I} a_i \subseteq x$.

Todo esto dice que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **reticulado completo** (con elemento top).

Notemos por otro lado que, dada $a \in \mathcal{L} - \{\mathrm{T}\}$, tenemos la proposición **opuesta** "no a", que denotaremos a', y cuya verdad o falsedad se determina con la misma medición que se determina la de a. Para $\mathcal{O}_U$, su opuesta es $\mathcal{O}'_U = \mathcal{O}_{U^c}$. Para que T tenga también opuesta, vamos a agregar a $\mathcal{L}$ el elemento $\emptyset$,

La existencia de un elemento top y de los ínfimos implica la existencia de los **supremos** $\bigcup_{i \in I} a_i$ (Davey & Priestley, 2008), los cuales cumplen :

(II.s.a) $a_j \subseteq \bigcup_{i \in I} a_i, \ \forall j \in I$;

(II.s.b) $a_j \subseteq x, \ \forall j \in I \ \Rightarrow \ \bigcup_{i \in I} a_i \subseteq x$.

Todo esto dice que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **reticulado completo** (con elemento top).

Notemos por otro lado que, dada $a \in \mathcal{L} - \{\mathrm{T}\}$, tenemos la proposición **opuesta** "no a", que denotaremos a', y cuya verdad o falsedad se determina con la misma medición que se determina la de a. Para $\mathcal{O}_U$, su opuesta es $\mathcal{O}'_U = \mathcal{O}_{U^c}$. Para que T tenga también opuesta, vamos a agregar a $\mathcal{L}$ el elemento $\emptyset$, para el cual $\mathrm{T}' = \emptyset$ y $\emptyset' = \mathrm{T}$,

La existencia de un elemento top y de los ínfimos implica la existencia de los **supremos** $\bigcup_{i\in I} a_i$ (Davey & Priestley, 2008), los cuales cumplen :

(II.s.a) $a_j \subseteq \bigcup_{i\in I} a_i, \ \forall j \in I$;

(II.s.b) $a_j \subseteq x, \ \forall j \in I \ \Rightarrow \ \bigcup_{i\in I} a_i \subseteq x$.

Todo esto dice que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **reticulado completo** (con elemento top).

Notemos por otro lado que, dada $a \in \mathcal{L} - \{\mathrm{T}\}$, tenemos la proposición **opuesta** "no a", que denotaremos a', y cuya verdad o falsedad se determina con la misma medición que se determina la de a. Para $\mathcal{O}_U$, su opuesta es $\mathcal{O}_U' = \mathcal{O}_{U^c}$. Para que T tenga también opuesta, vamos a agregar a $\mathcal{L}$ el elemento $\emptyset$, para el cual $\mathrm{T}' = \emptyset$ y $\emptyset' = \mathrm{T}$, que llamaremos **proposición absurda** (siempre es falsa).

La existencia de un elemento top y de los ínfimos implica la existencia de los **supremos** $\bigcup_{i \in I} a_i$ (Davey & Priestley, 2008), los cuales cumplen :

(II.s.a) $a_j \subseteq \bigcup_{i \in I} a_i, \ \forall j \in I$;

(II.s.b) $a_j \subseteq x, \ \forall j \in I \ \Rightarrow \ \bigcup_{i \in I} a_i \subseteq x$.

Todo esto dice que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **reticulado completo** (con elemento top).

Notemos por otro lado que, dada $a \in \mathcal{L} - \{\mathrm{T}\}$, tenemos la proposición **opuesta** "no a", que denotaremos a', y cuya verdad o falsedad se determina con la misma medición que se determina la de a. Para $\mathcal{O}_U$, su opuesta es $\mathcal{O}'_U = \mathcal{O}_{U^c}$. Para que T tenga también opuesta, vamos a agregar a $\mathcal{L}$ el elemento $\emptyset$, para el cual $\mathrm{T}' = \emptyset$ y $\emptyset' = \mathrm{T}$, que llamaremos **proposición absurda** (siempre es falsa). Por su interpretación, la extensión de $\subseteq$ al nuevo $\mathcal{L}$ estará dada por

$$\emptyset \subseteq a, \quad \forall a \in \mathcal{L}.$$

La existencia de un elemento top y de los ínfimos implica la existencia de los **supremos** $\bigcup_{i\in I} a_i$ (Davey & Priestley, 2008), los cuales cumplen :

(II.s.a) $a_j \subseteq \bigcup_{i\in I} a_i, \ \forall j \in I$;

(II.s.b) $a_j \subseteq x, \ \forall j \in I \ \Rightarrow \ \bigcup_{i\in I} a_i \subseteq x$.

Todo esto dice que $(\mathcal{L}, \subseteq)$ es un **reticulado completo** (con elemento top).

Notemos por otro lado que, dada $a \in \mathcal{L} - \{\mathrm{T}\}$, tenemos la proposición **opuesta** "no a", que denotaremos a', y cuya verdad o falsedad se determina con la misma medición que se determina la de a. Para $\mathcal{O}_U$, su opuesta es $\mathcal{O}'_U = \mathcal{O}_{U^c}$. Para que T tenga también opuesta, vamos a agregar a $\mathcal{L}$ el elemento $\emptyset$, para el cual $\mathrm{T}' = \emptyset$ y $\emptyset' = \mathrm{T}$, que llamaremos **proposición absurda** (siempre es falsa). Por su interpretación, la extensión de $\subseteq$ al nuevo $\mathcal{L}$ estará dada por

$$\emptyset \subseteq a, \quad \forall a \in \mathcal{L}.$$

Esto dice que $\emptyset$ es un elemento **bottom**.

III. Ortocomplementación.

III. Ortocomplementación. Es fácil ver que la función $a \mapsto a'$ cumple:

III. Ortocomplementación. Es fácil ver que la función $a \mapsto a'$ cumple:

(III.a) $(a')' = a, \ \forall a \in \mathcal{L}$;

III. Ortocomplementación. Es fácil ver que la función $a \mapsto a'$ cumple:

(III.a) $(a')' = a, \ \forall a \in \mathcal{L}$;

(III.b) $a \cap a' = \emptyset$ y $a \cup a' = \mathsf{T}$;

III. Ortocomplementación. Es fácil ver que la función $a \mapsto a'$ cumple:

(III.a) $(a')' = a, \ \forall a \in \mathcal{L}$;

(III.b) $a \cap a' = \emptyset$ y $a \cup a' = \mathrm{T}$;

(III.c) $a \subseteq b \ \Leftrightarrow \ b' \subseteq a'$.

III. Ortocomplementación. Es fácil ver que la función $a \mapsto a'$ cumple:

(III.a) $(a')' = a, \ \forall a \in \mathcal{L}$;

(III.b) $a \cap a' = \emptyset$ y $a \cup a' = \mathsf{T}$;

(III.c) $a \subseteq b \ \Leftrightarrow \ b' \subseteq a'$.

Se cumple además que

$$\left(\bigcup_{i \in I} a_i\right)' = \bigcap_{i \in I} a_i', \quad \emptyset = \bigcap_{a \in \mathcal{L}} a \quad \text{y} \quad \mathsf{T} = \bigcup_{a \in \mathcal{L}} a.$$

III. Ortocomplementación. Es fácil ver que la función $a \mapsto a'$ cumple:

(III.a) $(a')' = a, \ \forall a \in \mathcal{L}$;

(III.b) $a \cap a' = \emptyset$ y $a \cup a' = \mathsf{T}$;

(III.c) $a \subseteq b \ \Leftrightarrow \ b' \subseteq a'$.

Se cumple además que

$$\left(\bigcup_{i \in I} a_i\right)' = \bigcap_{i \in I} a_i', \quad \emptyset = \bigcap_{a \in \mathcal{L}} a \quad \text{y} \quad \mathsf{T} = \bigcup_{a \in \mathcal{L}} a.$$

En resumen,

III. Ortocomplementación. Es fácil ver que la función $a \mapsto a'$ cumple:

(III.a) $(a')' = a, \ \forall a \in \mathcal{L}$;

(III.b) $a \cap a' = \emptyset$ y $a \cup a' = \mathsf{T}$;

(III.c) $a \subseteq b \ \Leftrightarrow \ b' \subseteq a'$.

Se cumple además que

$$\left(\bigcup_{i \in I} a_i\right)' = \bigcap_{i \in I} a_i', \quad \emptyset = \bigcap_{a \in \mathcal{L}} a \quad \text{y} \quad \mathsf{T} = \bigcup_{a \in \mathcal{L}} a.$$

En resumen, el reticulado $\mathcal{L}$ de un sistema físico es un **reticulado completo y ortocomplementado** (con elementos top y bottom),

III. Ortocomplementación. Es fácil ver que la función $a \mapsto a'$ cumple:

(III.a) $(a')' = a, \ \forall a \in \mathcal{L}$;

(III.b) $a \cap a' = \emptyset$ y $a \cup a' = \mathrm{T}$;

(III.c) $a \subseteq b \ \Leftrightarrow \ b' \subseteq a'$.

Se cumple además que

$$\left(\bigcup_{i \in I} a_i \right)' = \bigcap_{i \in I} a_i', \quad \emptyset = \bigcap_{a \in \mathcal{L}} a \quad \text{y} \quad \mathrm{T} = \bigcup_{a \in \mathcal{L}} a.$$

En resumen, el reticulado $\mathcal{L}$ de un sistema físico es un **reticulado completo y ortocomplementado** (con elementos top y bottom), también conocidos como **lógicas**.

En el siguiente cuadro aparecen las operaciones sobre $\mathcal{L}$ y su interpretación en términos de proposiciones.

Operación en $\mathcal{L}$	Interpretación
$a \subseteq b$	a implica b
$a \cap b$	a y b
$a \cup b$	a o b
a'	no a

En el siguiente cuadro aparecen las operaciones sobre $\mathcal{L}$ y su interpretación en términos de proposiciones.

Operación en $\mathcal{L}$	**Interpretación**
$a \subseteq b$	a implica b
$a \cap b$	a y b
$a \cup b$	a o b
a'	no a

Recapitulando,

En el siguiente cuadro aparecen las operaciones sobre $\mathcal{L}$ y su interpretación en términos de proposiciones.

Operación en $\mathcal{L}$	Interpretación
$a \subseteq b$	a implica b
$a \cap b$	a y b
$a \cup b$	a o b
a'	no a

Recapitulando, dado un sistema físico $\mathcal{F}$ hemos construído una lógica:

En el siguiente cuadro aparecen las operaciones sobre $\mathcal{L}$ y su interpretación en términos de proposiciones.

Operación en $\mathcal{L}$	Interpretación
$a \subseteq b$	a implica b
$a \cap b$	a y b
$a \cup b$	a o b
a'	no a

Recapitulando, dado un sistema físico $\mathcal{F}$ hemos construído una lógica:

$$\mathcal{F} \longmapsto \mathcal{L} := \mathcal{L}_{\mathcal{F}}.$$

En el siguiente cuadro aparecen las operaciones sobre $\mathcal{L}$ y su interpretación en términos de proposiciones.

Operación en $\mathcal{L}$	**Interpretación**
$a \subseteq b$	a implica b
$a \cap b$	a y b
$a \cup b$	a o b
a'	no a

Recapitulando, dado un sistema físico $\mathcal{F}$ hemos construído una lógica:

$$\mathcal{F} \longmapsto \mathcal{L} := \mathcal{L}_{\mathcal{F}}.$$

A continuación,

En el siguiente cuadro aparecen las operaciones sobre $\mathcal{L}$ y su interpretación en términos de proposiciones.

Operación en $\mathcal{L}$	**Interpretación**
$a \subseteq b$	a implica b
$a \cap b$	a y b
$a \cup b$	a o b
a'	no a

Recapitulando, dado un sistema físico $\mathcal{F}$ hemos construído una lógica:

$$\mathcal{F} \longmapsto \mathcal{L} := \mathcal{L}_{\mathcal{F}}.$$

A continuación, dada una lógica construiremos un sistema físico:

En el siguiente cuadro aparecen las operaciones sobre $\mathcal{L}$ y su interpretación en términos de proposiciones.

Operación en $\mathcal{L}$	**Interpretación**
$a \subseteq b$	a implica b
$a \cap b$	a y b
$a \cup b$	a o b
a'	no a

Recapitulando, dado un sistema físico $\mathcal{F}$ hemos construído una lógica:

$$\mathcal{F} \longmapsto \mathcal{L} := \mathcal{L}_{\mathcal{F}}.$$

A continuación, dada una lógica construiremos un sistema físico:

$$\mathcal{L} \longmapsto \mathcal{F} := \mathcal{F}_{\mathcal{L}}.$$

El sistema físico de una lógica

El sistema físico de una lógica

Dado un sistema físico $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$,

El sistema físico de una lógica

Dado un sistema físico $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus probabilidades $p^{e}_{\mathcal{O}}(U)$

El sistema físico de una lógica

Dado un sistema físico $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus probabilidades $p^{e}_{\mathcal{O}}(U)$ y su lógica asociada $\mathcal{L}$,

El sistema físico de una lógica

Dado un sistema físico $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus probabilidades $p^{e}_{\mathcal{O}}(U)$ y su lógica asociada $\mathcal{L}$, notemos que cada observable $\mathcal{O}$ define una función

$$\mathsf{O} : B(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{L} : U \mapsto \mathcal{O}_U$$

El sistema físico de una lógica

Dado un sistema físico $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus probabilidades $p^{e}_{\mathcal{O}}(U)$ y su lógica asociada $\mathcal{L}$, notemos que cada observable $\mathcal{O}$ define una función

$$\mathrm{O} : B(\mathbb{R}) \to \mathcal{L} : U \mapsto \mathcal{O}_U$$

Por otro lado,

El sistema físico de una lógica

Dado un sistema físico $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus probabilidades $p_{\mathcal{O}}^{e}(U)$ y su lógica asociada $\mathcal{L}$, notemos que cada observable $\mathcal{O}$ define una función

$$\mathrm{O} : B(\mathbb{R}) \to \mathcal{L} : U \mapsto \mathcal{O}_U$$

Por otro lado, dado además un estado $e \in E$ tenemos una medida

$$p_{\mathcal{O}} : B(\mathbb{R}) \to [0, 1] : U \mapsto p_{\mathcal{O}}^{e}(U),$$

El sistema físico de una lógica

Dado un sistema físico $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus probabilidades $p^e_{\mathcal{O}}(U)$ y su lógica asociada $\mathcal{L}$, notemos que cada observable $\mathcal{O}$ define una función

$$\mathrm{O} : B(\mathbb{R}) \to \mathcal{L} : U \mapsto \mathcal{O}_U$$

Por otro lado, dado además un estado $e \in E$ tenemos una medida

$$p_{\mathcal{O}} : B(\mathbb{R}) \to [0,1] : U \mapsto p^e_{\mathcal{O}}(U),$$

que a su vez define la función (usando que O es sobreyectiva)

$$p : \mathcal{L} \to [0,1] : \mathcal{O}_U \mapsto p_{\mathcal{O}}(U) = p^e_{\mathcal{O}}(U).$$

El sistema físico de una lógica

Dado un sistema físico $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus probabilidades $p^e_{\mathcal{O}}(U)$ y su lógica asociada $\mathcal{L}$, notemos que cada observable $\mathcal{O}$ define una función

$$\mathsf{O} : B(\mathbb{R}) \to \mathcal{L} : U \mapsto \mathcal{O}_U$$

Por otro lado, dado además un estado $e \in E$ tenemos una medida

$$p_{\mathcal{O}} : B(\mathbb{R}) \to [0,1] : U \mapsto p^e_{\mathcal{O}}(U),$$

que a su vez define la función (usando que O es sobreyectiva)

$$p : \mathcal{L} \to [0,1] : \mathcal{O}_U \mapsto p_{\mathcal{O}}(U) = p^e_{\mathcal{O}}(U).$$

Definición

El sistema físico de una lógica

Dado un sistema físico $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus probabilidades $p^{e}_{\mathcal{O}}(U)$ y su lógica asociada $\mathcal{L}$, notemos que cada observable $\mathcal{O}$ define una función

$$\mathrm{O} : B(\mathbb{R}) \to \mathcal{L} : U \mapsto \mathcal{O}_U$$

Por otro lado, dado además un estado $e \in E$ tenemos una medida

$$p_{\mathcal{O}} : B(\mathbb{R}) \to [0,1] : U \mapsto p^{e}_{\mathcal{O}}(U),$$

que a su vez define la función (usando que O es sobreyectiva)

$$p : \mathcal{L} \to [0,1] : \mathcal{O}_U \mapsto p_{\mathcal{O}}(U) = p^{e}_{\mathcal{O}}(U).$$

Definición

Dada una lógica $\mathcal{L}$,

El sistema físico de una lógica

Dado un sistema físico $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus probabilidades $p_{\mathcal{O}}^{e}(U)$ y su lógica asociada $\mathcal{L}$, notemos que cada observable $\mathcal{O}$ define una función

$$\mathrm{O} : B(\mathbb{R}) \to \mathcal{L} : U \mapsto \mathcal{O}_U$$

Por otro lado, dado además un estado $e \in E$ tenemos una medida

$$p_{\mathcal{O}} : B(\mathbb{R}) \to [0,1] : U \mapsto p_{\mathcal{O}}^{e}(U),$$

que a su vez define la función (usando que O es sobreyectiva)

$$p : \mathcal{L} \to [0,1] : \mathcal{O}_U \mapsto p_{\mathcal{O}}(U) = p_{\mathcal{O}}^{e}(U).$$

Definición

Dada una lógica $\mathcal{L}$, llamaremos **sistema físico asociado** a aquel cuyos estados y observables

El sistema físico de una lógica

Dado un sistema físico $\mathcal{F} = E \times \bigvee \mathcal{O}$, con sus probabilidades $p_{\mathcal{O}}^{e}(U)$ y su lógica asociada $\mathcal{L}$, notemos que cada observable $\mathcal{O}$ define una función

$$\mathrm{O} : B(\mathbb{R}) \to \mathcal{L} : U \mapsto \mathcal{O}_U$$

Por otro lado, dado además un estado $e \in E$ tenemos una medida

$$p_{\mathcal{O}} : B(\mathbb{R}) \to [0,1] : U \mapsto p_{\mathcal{O}}^{e}(U),$$

que a su vez define la función (usando que O es sobreyectiva)

$$p : \mathcal{L} \to [0,1] : \mathcal{O}_U \mapsto p_{\mathcal{O}}(U) = p_{\mathcal{O}}^{e}(U).$$

Definición

Dada una lógica $\mathcal{L}$, llamaremos **sistema físico asociado** a aquel cuyos estados y observables están dados, respectivamente, por funciones $p : \mathcal{L} \to [0,1]$ y $\mathrm{O} : B(\mathbb{R}) \to \mathcal{L}$ tales que:

Definición

Definición

(E.a) $p(\emptyset) = 0$, $p(\mathsf{T}) = 1$;

Definición

(E.a) $p(\emptyset) = 0$, $p(\mathrm{T}) = 1$;

(E.b) si $\{a_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ cumple $a_i \subseteq a_j'$, $\forall i \neq j$, luego $p\left(\bigcup_{i\in\mathbb{N}} a_i\right) = \sum_{i\in\mathbb{N}} p(a_i)$;

Definición

(E.a) $p(\emptyset) = 0$, $p(\mathsf{T}) = 1$;

(E.b) si $\{a_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ cumple $a_i \subseteq a'_j$, $\forall i \neq j$, luego $p\left(\bigcup_{i\in\mathbb{N}} a_i\right) = \sum_{i\in\mathbb{N}} p(a_i)$;

(E.c) si $\{a_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ cumple $p(a_i) = 1$, $\forall i \in I$, luego $p\left(\bigcap_{i\in\mathbb{N}} a_i\right) = 1$.

Definición

(E.a) $p(\emptyset) = 0$, $p(\mathrm{T}) = 1$;

(E.b) si $\{a_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ cumple $a_i \subseteq a_j'$, $\forall i \neq j$, luego $p\left(\bigcup_{i\in\mathbb{N}} a_i\right) = \sum_{i\in\mathbb{N}} p(a_i)$;

(E.c) si $\{a_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ cumple $p(a_i) = 1$, $\forall i \in I$, luego $p\left(\bigcap_{i\in\mathbb{N}} a_i\right) = 1$.

(O.a) $\mathrm{O}(\emptyset) = \emptyset$ y $\mathrm{O}(\mathbb{R}) = \mathrm{T}$;

Definición

(E.a) $p(\emptyset) = 0$, $p(\mathsf{T}) = 1$;

(E.b) si $\{a_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ cumple $a_i \subseteq a_j'$, $\forall i \neq j$, luego $p\left(\bigcup_{i\in\mathbb{N}} a_i\right) = \sum_{i\in\mathbb{N}} p(a_i)$;

(E.c) si $\{a_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ cumple $p(a_i) = 1$, $\forall i \in I$, luego $p\left(\bigcap_{i\in\mathbb{N}} a_i\right) = 1$.

(O.a) $\mathrm{O}(\emptyset) = \emptyset$ y $\mathrm{O}(\mathbb{R}) = \mathsf{T}$;

(O.b) si $U \subseteq V^c$, luego $\mathrm{O}(U) \subseteq (\mathrm{O}(V))'$;

Definición

(E.a) $p(\emptyset) = 0$, $p(\mathrm{T}) = 1$;

(E.b) si $\{a_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ cumple $a_i \subseteq a'_j$, $\forall i \neq j$, luego $p\left(\bigcup_{i\in\mathbb{N}} a_i\right) = \sum_{i\in\mathbb{N}} p(a_i)$;

(E.c) si $\{a_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ cumple $p(a_i) = 1$, $\forall i \in I$, luego $p\left(\bigcap_{i\in\mathbb{N}} a_i\right) = 1$.

(O.a) $\mathrm{O}(\emptyset) = \emptyset$ y $\mathrm{O}(\mathbb{R}) = \mathrm{T}$;

(O.b) si $U \subseteq V^c$, luego $\mathrm{O}(U) \subseteq (\mathrm{O}(V))'$;

(O.c) dado $\{U_i\}_{i\in I} \subseteq B(\mathbb{R})$ tal que $U_i \subseteq U_j^c$, $\forall i \neq j$,

$$\mathrm{O}\left(\bigcup_{i\in I} U_i\right) = \bigcup_{i\in I} \mathrm{O}(U_i).$$

Un **álgebra de Boole** es un reticulado completo, ortocomplementado, con elementos top y bottom,

Lógicas clásicas y cuánticas

Un **álgebra de Boole** es un reticulado completo, ortocomplementado, con elementos top y bottom, y que cumple el axioma de **distributividad**:

$$a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c) \quad \text{y} \quad a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c)\,.$$

Lógicas clásicas y cuánticas

Un **álgebra de Boole** es un reticulado completo, ortocomplementado, con elementos top y bottom, y que cumple el axioma de **distributividad**:

$$a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c) \quad \text{y} \quad a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c) \,.$$

Los subconjuntos de Borel $B(\mathbb{R}^n)$ son un ejemplo de álgebra de Boole.

Lógicas clásicas y cuánticas

Un **álgebra de Boole** es un reticulado completo, ortocomplementado, con elementos top y bottom, y que cumple el axioma de **distributividad**:

$$a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c) \quad \text{y} \quad a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c)\,.$$

Los subconjuntos de Borel $B(\mathbb{R}^n)$ son un ejemplo de álgebra de Boole.

Volvamos a la *partícula estadística* en $\mathbb{R}^3$.

Un **álgebra de Boole** es un reticulado completo, ortocomplementado, con elementos top y bottom, y que cumple el axioma de **distributividad**:

$$a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c) \quad \text{y} \quad a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c)\,.$$

Los subconjuntos de Borel $B(\mathbb{R}^n)$ son un ejemplo de álgebra de Boole.

Volvamos a la *partícula estadística* en $\mathbb{R}^3$. Sus observables están dados por funciones medibles $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$

Lógicas clásicas y cuánticas

Un **álgebra de Boole** es un reticulado completo, ortocomplementado, con elementos top y bottom, y que cumple el axioma de **distributividad**:

$$a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c) \quad \text{y} \quad a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c)\,.$$

Los subconjuntos de Borel $B\left(\mathbb{R}^n\right)$ son un ejemplo de álgebra de Boole.

Volvamos a la *partícula estadística* en $\mathbb{R}^3$. Sus observables están dados por funciones medibles $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ y sus proposiciones por:

$$f_U \;:=\; \text{“el valor de } f \text{ está contenido en el subconjunto } U \in B\left(\mathbb{R}\right)\text{”}.$$

Lógicas clásicas y cuánticas

Un **álgebra de Boole** es un reticulado completo, ortocomplementado, con elementos top y bottom, y que cumple el axioma de **distributividad**:

$$a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c) \quad \text{y} \quad a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c)\,.$$

Los subconjuntos de Borel $B(\mathbb{R}^n)$ son un ejemplo de álgebra de Boole.

Volvamos a la *partícula estadística* en $\mathbb{R}^3$. Sus observables están dados por funciones medibles $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ y sus proposiciones por:

$$f_U \; := \text{“el valor de } f \text{ está contenido en el subconjunto } U \in B(\mathbb{R})\text{”}.$$

Veamos que la función

$$\mathcal{L} \to B\left(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3\right) : f_U \mapsto f^{-1}(U)$$

es una biyección.

Un **álgebra de Boole** es un reticulado completo, ortocomplementado, con elementos top y bottom, y que cumple el axioma de **distributividad**:

$$a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c) \quad \text{y} \quad a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c) \, .$$

Los subconjuntos de Borel $B(\mathbb{R}^n)$ son un ejemplo de álgebra de Boole.

Volvamos a la *partícula estadística* en $\mathbb{R}^3$. Sus observables están dados por funciones medibles $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ y sus proposiciones por:

$$f_U \ := \text{“el valor de } f \text{ está contenido en el subconjunto } U \in B(\mathbb{R})\text{”.}$$

Veamos que la función

$$\color{red}{\mathcal{L} \to B\left(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3\right)} : f_U \mapsto f^{-1}(U)$$

es una biyección. Notemos primero que f_U es verdadera

Un **álgebra de Boole** es un reticulado completo, ortocomplementado, con elementos top y bottom, y que cumple el axioma de **distributividad**:

$$a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c) \quad \text{y} \quad a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c)\,.$$

Los subconjuntos de Borel $B(\mathbb{R}^n)$ son un ejemplo de álgebra de Boole.

Volvamos a la *partícula estadística* en $\mathbb{R}^3$. Sus observables están dados por funciones medibles $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ y sus proposiciones por:

$$f_U \;:=\; \text{“el valor de } f \text{ está contenido en el subconjunto } U \in B(\mathbb{R})\text{”.}$$

Veamos que la función

$$\mathcal{L} \to B\left(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3\right) : f_U \mapsto f^{-1}(U)$$

es una biyección. Notemos primero que f_U es verdadera si y sólo si la posición y la velocidad de la partícula pertenece a

$$\Omega = f^{-1}(U) \in B\left(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3\right).$$

En particular,

En particular, si $f^{-1}(U) = g^{-1}(V)$, luego

En particular, si $f^{-1}(U) = g^{-1}(V)$, luego

$$f_U \subseteq g_V \quad \text{y} \quad g_V \subseteq f_U$$

En particular, si $f^{-1}(U) = g^{-1}(V)$, luego

$$f_U \subseteq g_V \quad \text{y} \quad g_V \subseteq f_U, \quad \text{i.e.} \quad f_U = g_V.$$

En particular, si $f^{-1}(U) = g^{-1}(V)$, luego

$$f_U \subseteq g_V \quad \text{y} \quad g_V \subseteq f_U, \quad \text{i.e.} \quad f_U = g_V.$$

Esto garantiza que $f_U \mapsto f^{-1}(U)$ es inyectiva.

En particular, si $f^{-1}(U) = g^{-1}(V)$, luego

$$f_U \subseteq g_V \quad \text{y} \quad g_V \subseteq f_U, \quad \text{i.e.} \quad f_U = g_V.$$

Esto garantiza que $f_U \mapsto f^{-1}(U)$ es inyectiva. Por otro lado,

En particular, si $f^{-1}(U) = g^{-1}(V)$, luego

$$f_U \subseteq g_V \quad \text{y} \quad g_V \subseteq f_U, \quad \text{i.e.} \quad f_U = g_V.$$

Esto garantiza que $f_U \mapsto f^{-1}(U)$ es inyectiva. Por otro lado, todo conjunto $\Omega \in B\left(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3\right)$ puede escribirse como $f^{-1}(U)$, con f medible y $U \in B(\mathbb{R})$.

En particular, si $f^{-1}(U) = g^{-1}(V)$, luego

$$f_U \subseteq g_V \quad \text{y} \quad g_V \subseteq f_U, \quad \text{i.e.} \quad f_U = g_V.$$

Esto garantiza que $f_U \mapsto f^{-1}(U)$ es inyectiva. Por otro lado, todo conjunto $\Omega \in B\left(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3\right)$ puede escribirse como $f^{-1}(U)$, con f medible y $U \in B(\mathbb{R})$. Basta tomar

$$f = \chi_\Omega \quad \text{y} \quad U = \{1\}$$

En particular, si $f^{-1}(U) = g^{-1}(V)$, luego

$$f_U \subseteq g_V \quad \text{y} \quad g_V \subseteq f_U, \quad \text{i.e.} \quad f_U = g_V.$$

Esto garantiza que $f_U \mapsto f^{-1}(U)$ es inyectiva. Por otro lado, todo conjunto $\Omega \in B\left(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3\right)$ puede escribirse como $f^{-1}(U)$, con f medible y $U \in B(\mathbb{R})$. Basta tomar

$$f = \chi_\Omega \quad \text{y} \quad U = \{1\}, \quad \text{pues} \quad \chi_\Omega^{-1}(\{1\}) = \Omega.$$

En particular, si $f^{-1}(U) = g^{-1}(V)$, luego

$$f_U \subseteq g_V \quad \text{y} \quad g_V \subseteq f_U, \quad \text{i.e.} \quad f_U = g_V.$$

Esto garantiza que $f_U \mapsto f^{-1}(U)$ es inyectiva. Por otro lado, todo conjunto $\Omega \in B\left(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3\right)$ puede escribirse como $f^{-1}(U)$, con f medible y $U \in B(\mathbb{R})$. Basta tomar

$$f = \chi_\Omega \quad \text{y} \quad U = \{1\}, \quad \text{pues} \quad \chi_\Omega^{-1}(\{1\}) = \Omega.$$

Esto garantiza biyectividad.

En particular, si $f^{-1}(U) = g^{-1}(V)$, luego

$$f_U \subseteq g_V \quad \text{y} \quad g_V \subseteq f_U, \quad \text{i.e.} \quad f_U = g_V.$$

Esto garantiza que $f_U \mapsto f^{-1}(U)$ es inyectiva. Por otro lado, todo conjunto $\Omega \in B\left(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3\right)$ puede escribirse como $f^{-1}(U)$, con f medible y $U \in B(\mathbb{R})$. Basta tomar

$$f = \chi_\Omega \quad \text{y} \quad U = \{1\}, \quad \text{pues} \quad \chi_\Omega^{-1}(\{1\}) = \Omega.$$

Esto garantiza biyectividad. Más aún,

$$\mathcal{L} \simeq B\left(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3\right) : f_U \mapsto f^{-1}(U)$$

es un **(iso)morfismo de reticulados**:

En particular, si $f^{-1}(U) = g^{-1}(V)$, luego

$$f_U \subseteq g_V \quad \text{y} \quad g_V \subseteq f_U, \quad \text{i.e.} \quad f_U = g_V.$$

Esto garantiza que $f_U \mapsto f^{-1}(U)$ es inyectiva. Por otro lado, todo conjunto $\Omega \in B\left(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3\right)$ puede escribirse como $f^{-1}(U)$, con f medible y $U \in B(\mathbb{R})$. Basta tomar

$$f = \chi_\Omega \quad \text{y} \quad U = \{1\}, \quad \text{pues} \quad \chi_\Omega^{-1}(\{1\}) = \Omega.$$

Esto garantiza biyectividad. Más aún,

$$\mathcal{L} \simeq B\left(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3\right) : f_U \mapsto f^{-1}(U)$$

es un **(iso)morfismo de reticulados**:

$$f_U \subseteq g_V \Longleftrightarrow f^{-1}(U) \subseteq g^{-1}(V).$$

Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico

Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico (*componente estadísitca reductible*

Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico (*componente estadísitca reductible* = estados sin dispersión)

Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico (*componente estadísitca reductible* = estados sin dispersión) es equivalente a un álgebra de Boole, Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico (*componente estadísitca reductible* = estados sin dispersión) es equivalente a un álgebra de Boole, i.e. es distributivo.

Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico (*componente estadísitca reductible* = estados sin dispersión) es equivalente a un álgebra de Boole, i.e. es distributivo. Por eso se les dice **lógicas clásicas** a tales reticulados.

Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico (*componente estadísitca reductible* = estados sin dispersión) es equivalente a un álgebra de Boole, i.e. es distributivo. Por eso se les dice **lógicas clásicas** a tales reticulados. Está claro entonces que el reticulado de un sistema cuántico no puede ser distributivo.

Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico (*componente estadísitca reductible* = estados sin dispersión) es equivalente a un álgebra de Boole, i.e. es distributivo. Por eso se les dice **lógicas clásicas** a tales reticulados. Está claro entonces que el reticulado de un sistema cuántico no puede ser distributivo. A estos los llamaremos **lógicas cuánticas**.

Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico (*componente estadísitca reductible* = estados sin dispersión) es equivalente a un álgebra de Boole, i.e. es distributivo. Por eso se les dice **lógicas clásicas** a tales reticulados. Está claro entonces que el reticulado de un sistema cuántico no puede ser distributivo. A estos los llamaremos **lógicas cuánticas**.

Un ejemplo de reticulado completo, ortocomplementado (con top y bottom)

Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico (*componente estadísitca reductible* = estados sin dispersión) es equivalente a un álgebra de Boole, i.e. es distributivo. Por eso se les dice **lógicas clásicas** a tales reticulados. Está claro entonces que el reticulado de un sistema cuántico no puede ser distributivo. A estos los llamaremos **lógicas cuánticas**.

Un ejemplo de reticulado completo, ortocomplementado (con top y bottom) que no sea distributivo

Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico (*componente estadísitca reductible* = estados sin dispersión) es equivalente a un álgebra de Boole, i.e. es distributivo. Por eso se les dice **lógicas clásicas** a tales reticulados. Está claro entonces que el reticulado de un sistema cuántico no puede ser distributivo. A estos los llamaremos **lógicas cuánticas**.

Un ejemplo de reticulado completo, ortocomplementado (con top y bottom) que no sea distributivo es $L(\mathcal{H}, \mathbb{C})$: dado por los subespacios de un espacio de (pre)Hilbert complejo $\mathcal{H}$,

Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico (*componente estadísitca reductible* = estados sin dispersión) es equivalente a un álgebra de Boole, i.e. es distributivo. Por eso se les dice **lógicas clásicas** a tales reticulados. Está claro entonces que el reticulado de un sistema cuántico no puede ser distributivo. A estos los llamaremos **lógicas cuánticas**.

Un ejemplo de reticulado completo, ortocomplementado (con top y bottom) que no sea distributivo es $L(\mathcal{H}, \mathbb{C})$: dado por los subespacios de un espacio de (pre)Hilbert complejo $\mathcal{H}$, junto con la inclusión de subespacios y la ortogonalidad.

Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico (*componente estadísitca reductible* = estados sin dispersión) es equivalente a un álgebra de Boole, i.e. es distributivo. Por eso se les dice **lógicas clásicas** a tales reticulados. Está claro entonces que el reticulado de un sistema cuántico no puede ser distributivo. A estos los llamaremos **lógicas cuánticas**.

Un ejemplo de reticulado completo, ortocomplementado (con top y bottom) que no sea distributivo es $L(\mathcal{H}, \mathbb{C})$: dado por los subespacios de un espacio de (pre)Hilbert complejo $\mathcal{H}$, junto con la inclusión de subespacios y la ortogonalidad. ¿Será cierto que si $\mathcal{L}$ es una lógica cuántica,

Luego, el reticulado de un sistema estadístico clásico (*componente estadísitca reductible* = estados sin dispersión) es equivalente a un álgebra de Boole, i.e. es distributivo. Por eso se les dice **lógicas clásicas** a tales reticulados. Está claro entonces que el reticulado de un sistema cuántico no puede ser distributivo. A estos los llamaremos **lógicas cuánticas**.

Un ejemplo de reticulado completo, ortocomplementado (con top y bottom) que no sea distributivo es $L(\mathcal{H}, \mathbb{C})$: dado por los subespacios de un espacio de (pre)Hilbert complejo $\mathcal{H}$, junto con la inclusión de subespacios y la ortogonalidad. ¿Será cierto que si $\mathcal{L}$ es una lógica cuántica, luego $\mathcal{L} \simeq L(\mathcal{H}, \mathbb{C})$ para algún $\mathcal{H}$?